

MODÉLISATION DYNAMIQUE DU MANIPULATEUR PARALLÈLE STAR DE HERVÉ

ȘTEFAN STAICU

On établit des relations matricielles récursives d'analyse cinématique et dynamique du manipulateur Star de Hervé, schématisé par un réseau de chaînes cinématiques parallèles. En connaissant le mouvement de translation de la plate-forme, on détermine les puissances des trois couples articulaires.

1. INTRODUCTION

Les manipulateurs parallèles sont des structures mécaniques ayant des caractéristiques supplémentaires par rapport à celles des manipulateurs sériels utilisés en industrie. Équipés d'actionneurs hydrauliques ou pneumatiques, les manipulateurs parallèles disposent d'une architecture robuste et peuvent déplacer rapidement des charges assez imposantes. C'est la raison pour laquelle les mécanismes ayant le rôle de plate-forme entraînée en translation ou en mouvement sphérique ont à leur base de construction le concept de manipulateur parallèle.

Ces types de manipulateurs parallèles ont des caractéristiques spéciales: espace de travail nécessaire, isotropie, dextérité, contrôle sur les limites des vitesses et des accélérations, etc. L'application la plus connue est le simulateur de vol à six degrés de liberté, c'est-à-dire la plate-forme Gough-Stewart (Stewart [1]).

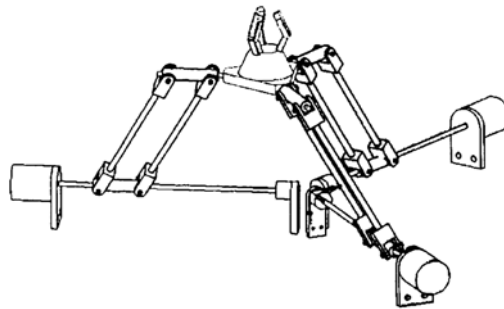


Fig. 1 – Manipulateur parallèle Star de Hervé.

Université "Politehnica" de Bucarest

Rev. Roum. Sci. Techn. – Méc. Appl., Tome 52, N° 3, P. 223–233, Bucarest, 2007

La cinématique directe d'un prototype de manipulateur parallèle sphérique à trois degrés de liberté est développée par Gosselin [2] et Angeles [7].

Proposé en 1992, le robot parallèle Star de Hervé (Hervé et Sparacino, Tremblay et Baron [3, 4, 5, 6]) est équipé de trois moteurs en parallèle et entraîne l'effecteur en translation générale à trois degrés de liberté.

En faisant abstraction de la géométrie du manipulateur, la topologie décrit à l'aide d'un graphe la structure d'une chaîne cinématique fermée. La géométrie du manipulateur est l'ensemble des paramètres qui donnent la position et l'orientation relative des différents couples cinématiques.

Chacune des trois chaînes cinématiques du manipulateur Star est composée d'un moteur électrique, une liaison hélicoïdale et cinq liaisons passives rotoïdes (Fig. 1). Le mécanisme intermédiaire contient quatre articulations cylindriques reliant quatre barres parallèles deux à deux.

2. MODÈLE CINÉMATIQUE INVERSE

Certaines relations récursives vectorielles concernant l'équilibre des forces généralisées agissant sur un bras de robot ont été obtenue par Kane et Levinson [15].

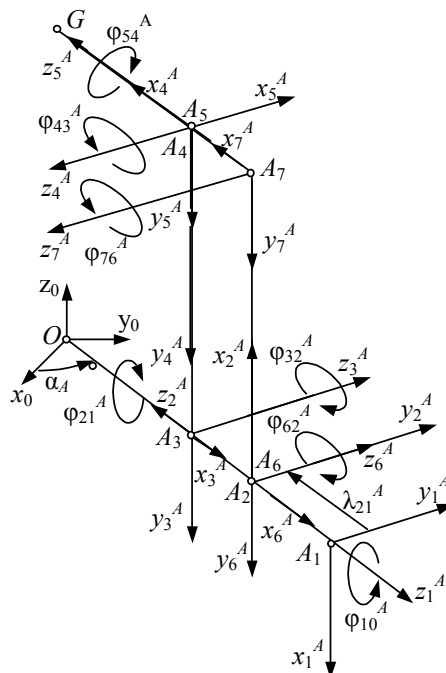


Fig. 2 – Schéma cinématique du manipulateur.

L'article présent établit des relations matricielles itératives d'analyse cinématique et dynamique d'un manipulateur de la classe Star, schématisé par un réseau de trois chaînes cinématiques parallèles.

Considérons le repère fixe $O x_0 y_0 z_0 (T_0)$ par rapport auquel se déplace un manipulateur Star à trois degrés de liberté, ayant trois jambes dont les éléments ont des dimensions connues. Les paramètres géométriques de chaque corps rigide sont constants s'ils sont exprimés dans un référentiel fixé à ce corps. Le premier corps de la jambe A constitue l'élément menant du manipulateur. C'est une vis ayant la longueur $OO_1 = l_0^A$, la masse m_1^A et le tenseur d'inertie \hat{J}_1^A . Elle est mise en rotation permanente autour de son axe $A_1 z_1^A$ avec une vitesse angulaire ω_{10}^A et une accélération angulaire ε_{10}^A . La pièce cylindrique T_2^A liée au repère $A_2 x_2^A y_2^A z_2^A$, de longueur l_1^A , masse m_2^A et moment d'inertie \hat{J}_2^A est animée du mouvement hélicoïdal relatif dont le déplacement axial λ_{21}^A est proportionnel à l'angle de rotation φ_{21}^A , tel que $\lambda_{21}^A = k_{21}^A \varphi_{21}^A$, $v_{21}^A = k_{21}^A \omega_{21}^A$.

Ensuite, deux tiges parallèles identiques, ayant même longueur l_2^A , même masse $m_3^A = m_6^A$ et même tenseur d'inertie $\hat{J}_3^A = \hat{J}_6^A$ tournent par rapport à T_2^A d'un angle $\varphi_{32}^A = \varphi_{62}^A$. Le parallélogramme est fermé par une pièce T_4^A identique à T_2^A qui tourne d'un angle relatif $\varphi_{43}^A = \varphi_{32}^A$.

L'effecteur du manipulateur est un triangle équilatéral de côté $l = \sqrt{3}(l_0^A - l_1^A)$, masse m_5^A et tenseur d'inertie \hat{J}_5^A . Sa vitesse angulaire relative mesurée par rapport au solide voisin T_4^A est notée $\omega_{54}^A = \dot{\varphi}_{54}^A$ (Fig. 2).

Puisqu'il s'agit d'un mécanisme à trois degrés de liberté, sa position pourrait être déterminée par les angles de rotation $\varphi_{10}^A, \varphi_{10}^B, \varphi_{10}^C$ des trois actionneurs ou bien par les trois coordonnées x_0^G, y_0^G, z_0^G du centre de masse de l'effecteur.

En suivant la jambe A dans le sens $O A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$, les matrices de passage seront

$$\begin{aligned} a_{10} &= a_{10}^\varphi a_1 a_{\alpha_A}, & a_{21} &= a_{21}^\varphi a_2, & a_{32} &= a_{32}^\varphi a_1 a_3, \\ a_{43} &= a_{32}^\varphi a_2, & a_{54} &= a_{54}^\varphi a_1, & a_{62} &= a_{32}, \end{aligned} \quad (1)$$

avec les notations

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (k=1,2,3,4,5) \quad (2)$$

$$a_{\alpha_A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_A & \sin \alpha_A & 0 \\ -\sin \alpha_A & \cos \alpha_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, a_{\varphi_{k,k-1}}^{\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{k,k-1}^A & \sin \varphi_{k,k-1}^A & 0 \\ -\sin \varphi_{k,k-1}^A & \cos \varphi_{k,k-1}^A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Des relations semblables pour les autres jambes du manipulateur seront facilement établies.

Étant donné que $\alpha_A = \pi/3$, $\alpha_B = \pi$, $\alpha_C = 5\pi/3$, les conditions de *translation* de la plateforme mobile, exprimées par les identités

$$a_{50}^{oT} a_{50} = b_{50}^{oT} b_{50} = c_{50}^{oT} c_{50} = I \quad (3)$$

et les matrices

$$a_{50}^o = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & -\sqrt{3} & 0 \end{bmatrix}, b_{50}^o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, c_{50}^o = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & \sqrt{3} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

mènent aux relations des angles

$$\varphi_{54}^A = \varphi_{10}^A - \varphi_{21}^A, \varphi_{54}^B = \varphi_{10}^B - \varphi_{21}^B, \varphi_{54}^C = \varphi_{10}^C - \varphi_{21}^C. \quad (5)$$

En supposant que le mouvement du centre G de la plate-forme le long d'une ellipse est exprimé par les relations

$$\begin{aligned} \vec{r}_0^G &= [x_0^G \quad y_0^G \quad z_0^G]^T \\ x_0^G &= x_0^{G*} \sin\left(\frac{\pi}{15}t\right), \\ y_0^G &= y_0^{G*} \sin\left(\frac{\pi}{15}t\right), \\ z_0^G &= l_2 - z_0^{G*} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right)\right], \end{aligned} \quad (6)$$

les conditions géométriques

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^3 a_{ko}^T \vec{r}_{k+1,k}^A + a_{50}^T \vec{r}_5^{GA} &= \sum_{k=0}^3 b_{ko}^T \vec{r}_{k+1,k}^B + b_{50}^T \vec{r}_5^{GB} = \\
&= \sum_{k=0}^3 c_{ko}^T \vec{r}_{k+1,k}^C + c_{50}^T \vec{r}_5^{GC} = \vec{r}_0^G
\end{aligned} \quad (7)$$

et les notations

$$\vec{r}_{10}^A = \frac{l_0^A}{2} [1 \quad \sqrt{3} \quad 0]^T, \quad \vec{r}_{10}^B = -l_0^B [1 \quad 0 \quad 0]^T, \quad \vec{r}_{10}^C = \frac{l_0^C}{2} [1 \quad -\sqrt{3} \quad 0]^T$$

déterminent immédiatement les valeurs des angles: $\varphi_{10}^A, \varphi_{21}^A, \varphi_{32}^A, \varphi_{10}^B, \varphi_{21}^B, \varphi_{32}^B, \varphi_{10}^C, \varphi_{21}^C, \varphi_{32}^C$.

Les équations des contraintes (7) prouvent l'unicité des solutions du modèle géométrique inverse:

$$\begin{aligned}
z_0^G \tan \varphi_{54}^i &= x_0^G \sin \alpha_i - y_0^G \cos \alpha_i, \quad l_3 \cos \varphi_{54}^i \cos \varphi_{32}^i = z_0^G \\
k_{21} \varphi_{21}^i &= l_3 \sin \varphi_{32}^i - x_0^G \cos \alpha_i - y_0^G \sin \alpha_i \quad (i = A, B, C).
\end{aligned} \quad (8)$$

Les mouvements des éléments de la jambe A du manipulateur, par exemple, seront caractérisés par les matrices antisymétriques

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_{10}^A &= \omega_{10}^A \tilde{u}_3, \quad \tilde{\omega}_{20}^A = a_{21} \tilde{\omega}_{10}^A a_{21}^T + \omega_{21}^A \tilde{u}_3, \quad \tilde{\omega}_{30}^A = a_{32} \tilde{\omega}_{20}^A a_{32}^T + \omega_{32}^A \tilde{u}_3, \\
\tilde{\omega}_{40}^A &= a_{43} \tilde{\omega}_{30}^A a_{43}^T + \omega_{32}^A \tilde{u}_3, \quad \tilde{\omega}_{50}^A = a_{54} \tilde{\omega}_{40}^A a_{54}^T + \omega_{54}^A \tilde{u}_3, \quad \tilde{\omega}_{60}^A = \tilde{\omega}_{30}^A,
\end{aligned} \quad (9)$$

associées aux vitesses angulaires (Staicu [8]):

$$\begin{aligned}
\bar{\omega}_{10}^A &= \omega_{10}^A \bar{u}_3, \quad \bar{\omega}_{20}^A = a_{21} \bar{\omega}_{10}^A + \omega_{21}^A \bar{u}_3, \quad \bar{\omega}_{30}^A = a_{32} \bar{\omega}_{20}^A + \omega_{32}^A \bar{u}_3, \\
\bar{\omega}_{40}^A &= a_{43} \bar{\omega}_{30}^A + \omega_{32}^A \bar{u}_3, \quad \bar{\omega}_{50}^A = a_{54} \bar{\omega}_{40}^A + \omega_{54}^A \bar{u}_3, \quad \bar{\omega}_{60}^A = \bar{\omega}_{30}^A
\end{aligned} \quad (10)$$

et encore par les vitesses des articulations

$$\begin{aligned}
\vec{v}_{20}^A &= \omega_{10}^A a_{21} \tilde{u}_3 \vec{r}_{21}^A + k_{21} \omega_{21}^A \bar{u}_3, \quad \vec{v}_{30}^A = a_{32} (\vec{v}_{20}^A + \tilde{\omega}_{20}^A \vec{r}_{32}^A), \\
\vec{v}_{40}^A &= a_{43} (\vec{v}_{30}^A + \tilde{\omega}_{30}^A \vec{r}_{43}^A), \quad v_{50}^A = a_{54} \vec{v}_{40}^A, \quad \vec{v}_{60}^A = a_{32} \vec{v}_{20}^A,
\end{aligned} \quad (11)$$

avec les notations

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\bar{r}_{21}^A = -\lambda_{21}^A \bar{u}_3, \quad \bar{r}_{32}^A = l_1^A \bar{u}_3, \quad \bar{r}_{43}^A = \bar{r}_{76}^A = -l_2^A \bar{u}_2.$$

Les conditions de connectivité représentent le *modèle cinématique inverse* du robot

$$\begin{aligned} & \omega_{10}^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \bar{u}_3 + \omega_{21}^A \bar{u}_i^T a_{20}^T \bar{u}_3 + \omega_{54}^A \bar{u}_i^T a_{50}^T \bar{u}_3 = 0, \\ & -\omega_{10}^A l_2^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \tilde{u}_3 a_{21}^T a_{32}^T \bar{u}_2 + \omega_{21}^A \bar{u}_i^T a_{20}^T (-l_2^A \tilde{u}_3 a_{32}^T \bar{u}_2 + k_{21}^A \bar{u}_3) - \\ & -\omega_{32}^A l_2^A \bar{u}_i^T a_{30}^T \tilde{u}_3 \bar{u}_2 = \bar{u}_i^T \dot{r}_o^G \end{aligned} \quad (13)$$

($i=1, 2, 3$),

Ces relations expriment les vitesses angulaires ω_{10}^A , ω_{21}^A , ω_{32}^A et $\omega_{54}^A = \omega_{10}^A - \omega_{21}^A$ en fonction de *la vitesse de translation de l'effecteur*. Des expressions semblables s'obtient si l'on parcourt les autres deux jambes du mécanisme.

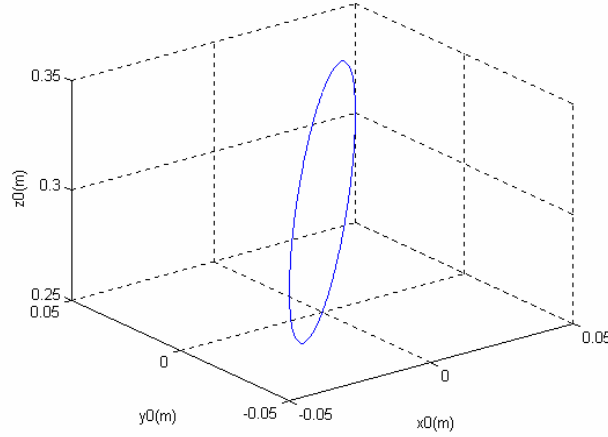


Fig. 3 – Trajectoire du centre de la plateforme.

Fournie par les relations (13), la matrice du Jacobian du robot est un élément essentiel pour l'analyse de l'espace de travail du manipulateur.

Supposons que le manipulateur est mis en mouvement virtuel déterminé par $\omega_{10a}^{Av} = 1$, $\omega_{10a}^{Bv} = 0$, $\omega_{10a}^{Cv} = 0$. Les conditions de connectivité des vitesses relatives sur les deux boucles $A - B$ et $B - C$:

$$\begin{aligned} \bar{u}_i^T a_{50}^T \bar{v}_{50a}^{Av} &= \bar{u}_i^T b_{50}^T \bar{v}_{50a}^{Bv} = \bar{u}_i^T c_{50}^T \bar{v}_{50a}^{Cv}, \quad (i=1, 2, 3) \\ \omega_{21a}^{Av} + \omega_{54a}^{Av} &= 1, \quad \omega_{21a}^{Bv} + \omega_{54a}^{Bv} = 0, \quad \omega_{21a}^{Cv} + \omega_{54a}^{Cv} = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

donnent les vitesses virtuelles caractéristiques en fonction de la position du manipulateur. En faisant successivement $\omega_{10b}^{Bv} = 1$, $\omega_{10c}^{Cv} = 1$, nous pouvons obtenir d'autres relations de compatibilité des vitesses.

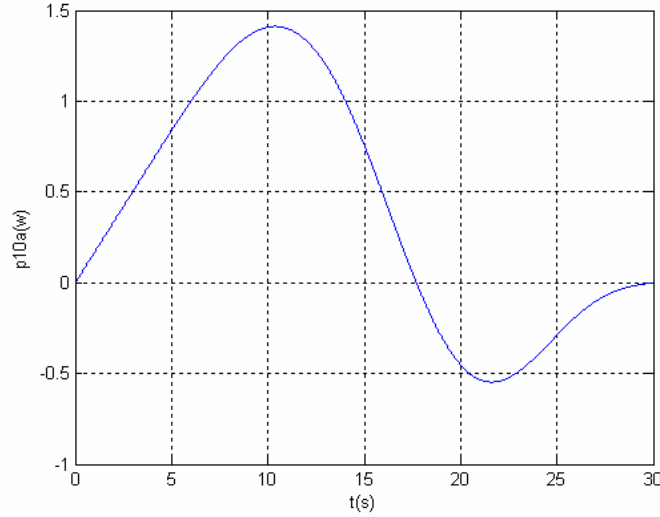


Fig. 4 – Puissance du premier actionneur.

Les accélérations angulaires et les accélérations des articulations seront données par les relations de récurrence (Staicu [9]):

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{\sigma\sigma}^A &= a_{\sigma,\sigma-1} \bar{\varepsilon}_{\sigma-1,0}^A + \varepsilon_{\sigma,\sigma-1}^A \bar{u}_3 + \omega_{\sigma,\sigma-1}^A a_{\sigma,\sigma-1} \tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A a_{\sigma,\sigma-1}^T \bar{u}_3, \\ \tilde{\omega}_{\sigma\sigma}^A \tilde{\omega}_{\sigma\sigma}^A + \tilde{\varepsilon}_{\sigma\sigma}^A &= a_{\sigma,\sigma-1} (\tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A \tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A + \tilde{\varepsilon}_{\sigma-1,0}^A) a_{\sigma,\sigma-1}^T + \omega_{\sigma,\sigma-1}^A \omega_{\sigma,\sigma-1}^A \\ &\quad \tilde{u}_3^2 + \varepsilon_{\sigma,\sigma-1}^A \tilde{u}_3 + 2 \omega_{\sigma,\sigma-1}^A a_{\sigma,\sigma-1} \tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A a_{\sigma,\sigma-1}^T \tilde{u}_3, \quad (15) \\ \bar{\gamma}_{\sigma\sigma}^A &= a_{\sigma,\sigma-1} \bar{\gamma}_{\sigma-1,0}^A + a_{\sigma,\sigma-1} (\tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A \tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A + \tilde{\varepsilon}_{\sigma-1,0}^A) \bar{r}_{\sigma,\sigma-1}^A + v_{\sigma,\sigma-1}^A \bar{u}_3 + \\ &\quad + 2 v_{\sigma,\sigma-1}^A a_{\sigma,\sigma-1} \tilde{\omega}_{\sigma-1,0}^A a_{\sigma,\sigma-1}^T \bar{u}_3 \quad (\sigma=1, 2, 3, 4, 5, 6). \end{aligned}$$

Concernant les accélérations angulaires relatives du robot, celles-ci sont déterminées par *les relations de connectivité* suivantes

$$\begin{aligned}
& \varepsilon_{10}^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \bar{u}_3 + \varepsilon_{21}^A \bar{u}_i^T a_{20}^T \bar{u}_3 + \varepsilon_{54}^A \bar{u}_i^T a_{50}^T \bar{u}_3 = 0, \\
& -\varepsilon_{10}^A l_2^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \tilde{u}_3 a_{21}^T a_{32}^T \bar{u}_2 + \varepsilon_{21}^A \bar{u}_i^T a_{20}^T (-l_2^A \tilde{u}_3 a_{32}^T \bar{u}_2 + k_{21}^A \bar{u}_3) - \\
& -\varepsilon_{32}^A l_2^A \bar{u}_i^T a_{30}^T \tilde{u}_3 \bar{u}_2 = \bar{u}_i^T \ddot{r}_o^G + l_2^A \omega_{10}^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \tilde{u}_3^2 a_{21}^T a_{32}^T \bar{u}_2 + \\
& + l_2^A \omega_{21}^A \omega_{21}^A \bar{u}_i^T a_{20}^T \tilde{u}_3^2 a_{32}^T \bar{u}_2 + l_2^A \omega_{32}^A \omega_{32}^A \bar{u}_i^T a_{30}^T \tilde{u}_3^2 \bar{u}_2 + \quad (16) \\
& + 2l_2^A \omega_{10}^A \omega_{21}^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \tilde{u}_3 a_{21}^T \tilde{u}_3 a_{32}^T \bar{u}_2 + \\
& + 2l_2^A \omega_{10}^A \omega_{32}^A \bar{u}_i^T a_{10}^T \tilde{u}_3 a_{21}^T a_{32}^T \tilde{u}_3 \bar{u}_2 + \\
& + 2l_2^A \omega_{21}^A \omega_{32}^A \bar{u}_i^T a_{20}^T a_{21}^T \tilde{u}_3 a_{32}^T \tilde{u}_3 \bar{u}_2 \quad (i=1, 2, 3).
\end{aligned}$$

3. ÉQUATIONS DYNAMIQUES DU MOUVEMENT

Le premier élément de la jambe A du manipulateur est mis en rotation par un moteur électrique délivrant un couple électromagnétique de moment $\bar{m}_{10}^A = m_{10}^A \bar{u}_3$ dirigé suivant l'axe $A_1 z_1^A$.

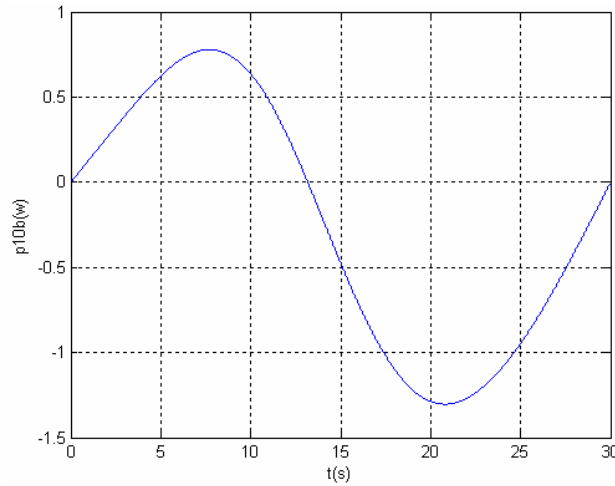


Fig. 5 – Puissance du second actionneur.

Conformément à la méthode des vitesses virtuelles, la condition d'équilibre dynamique du mécanisme est celle que la puissance virtuelle des forces extérieures, des forces intérieures et des forces d'inertie, développée au cours d'un déplacement virtuel général, soit nulle [14]. En appliquant le modèle dynamique inverse exprimé par les *équations fondamentales de la dynamique des manipulateurs parallèles* obtenues par Ştefan Staicu [10], nous aurons la relation suivante

$$\begin{aligned}
m_{10}^A = & \bar{u}_3^T [\bar{M}_1^A + \omega_{54a}^{Av} \bar{M}_5^A + \\
& + v_{21a}^{Av} \bar{F}_2^A + \omega_{21a}^{Av} \bar{M}_2^A + \omega_{32a}^{Av} (\bar{M}_3^A + \bar{M}_4^A + \bar{M}_6^A) + \\
& + v_{21a}^{Bv} \bar{F}_2^B + \omega_{21a}^{Bv} \bar{M}_2^B + \omega_{32a}^{Bv} (\bar{M}_3^B + \bar{M}_4^B + \bar{M}_6^B) + \\
& + v_{21a}^{Cv} \bar{F}_2^C + \omega_{21a}^{Cv} \bar{M}_2^C + \omega_{32a}^{Cv} (\bar{M}_3^C + \bar{M}_4^C + \bar{M}_6^C)], \quad (17)
\end{aligned}$$

avec les notations

$$\begin{aligned}
\bar{F}_{\sigma\sigma}^A = & m_{\sigma}^A [\bar{\gamma}_{\sigma\sigma}^A + (\tilde{\omega}_{\sigma\sigma}^A \tilde{\omega}_{\sigma\sigma}^A + \tilde{\varepsilon}_{\sigma\sigma}^A) \bar{r}_{\sigma}^{CA}] + 9.81 m_{\sigma}^A a_{\sigma\sigma} \bar{u}_3, \\
\bar{M}_{\sigma\sigma}^A = & m_{\sigma}^A \tilde{r}_{\sigma}^{CA} \bar{\gamma}_{\sigma\sigma}^A + \hat{J}_{\sigma}^A \tilde{\varepsilon}_{\sigma\sigma}^A + \tilde{\omega}_{\sigma\sigma}^A \hat{J}_{\sigma}^A \tilde{\omega}_{\sigma\sigma}^A + 9.81 m_{\sigma}^A \tilde{r}_{\sigma}^{CA} a_{\sigma\sigma} \bar{u}_3, \\
\bar{F}_{\sigma}^A = & \bar{F}_{\sigma\sigma}^A + a_{\sigma+1,\sigma}^T \bar{F}_{\sigma+1}^A, \quad (18) \\
\bar{M}_{\sigma}^A = & \bar{M}_{\sigma\sigma}^A + a_{\sigma+1,\sigma}^T \bar{M}_{\sigma+1}^A + \tilde{r}_{\sigma+1,\sigma}^A a_{\sigma+1,\sigma}^T \bar{F}_{\sigma+1}^A \quad (\sigma=1, 2, 3, 4, 5, 6).
\end{aligned}$$

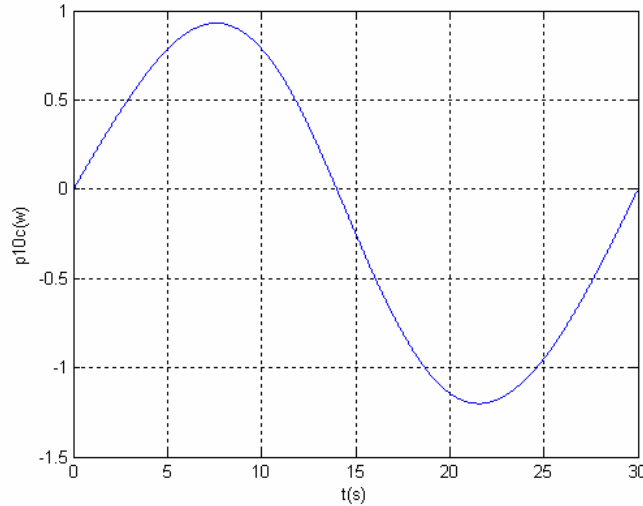


Fig. 6 – Puissance du troisième actionneur.

Dans des conditions de non-redondance, il est possible de passer d'une position à l'autre sans qu'il n'y ait d'obstruction. Les obstructions surviennent moins fréquemment pour des mouvements verticaux de l'effecteur que pour ceux horizontaux.

À titre d'application nous allons considérer le manipulateur Star ayant les caractéristiques suivantes

$$x_0^{G^*} = 0.05 \text{ m}, y_0^{G^*} = 0.06 \text{ m}, z_0^{G^*} = 0.07 \text{ m}, k_{21} = 4 \times 10^{-3} / \pi \text{ m}$$

$$A_5 B_5 = B_5 C_5 = C_5 A_5 = l, OA_1 = l_0 = 0.5 \text{ m}, \Delta t = 15 \text{ s}$$

$$A_2 A_3 = A_4 A_7 = l_1 = 0.15 \text{ m}, A_3 A_4 = A_2 A_7 = l_2 = 0.35 \text{ m}$$

$$m_1 = 1.5 \text{ kg}, m_2 = m_4 = 3 \text{ kg}, m_3 = m_6 = 5 \text{ kg}, m_5 = 15 \text{ kg}$$

$$\hat{J}_1 = \frac{1}{2} \hat{J}_2 = \frac{1}{2} \hat{J}_4 = 0.01 \begin{bmatrix} 4 & & \\ & 4 & \\ & & 1 \end{bmatrix}, \hat{J}_3 = \hat{J}_6 = 0.01 \begin{bmatrix} 8 & & \\ & 1 & \\ & & 8 \end{bmatrix}.$$

En considérant une opération technologique de soudage de deux tuyaux le long d'une section elliptique commune exprimée par (6), les graphes représentés donnent la trajectoire du centre G de la plate-forme (Fig. 3) et les puissances p_{10}^A (Fig. 4), p_{10}^B (Fig. 5), p_{10}^C (Fig. 6) des couples articulaires moteurs.

Reçu le 23 Novembre 2007

BIBLIOGRAPHIE

1. D. STEWART, *A Platform with Six Degrees of Freedom*, Proc.Inst. Mech. Eng., **180**, Part1, 15 (1965).
2. C. GOSSELIN, J. ANGELES, *The optimum kinematics design of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator*, ASME J. of Mech. Trans. and Autom. in Design, **111**, 2, 1989.
3. J.M. HERVÉ, F. SPARACINO, *Star. A New Concept in Robotics*, Third Int. Workshop on Advances in Robot Kinematics, 1992.
4. A. TREMBLAY, L. BARON, *Geometrical Synthesis of Parallel Manipulators of Star-Like Topology with a Genetic Algorithm*, IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Detroit, Michigan, 1999.
5. A. TREMBLAY, L. BARON, *Outils d'optimisation de manipulateurs robotiques par algorithme génétique*, Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, Montréal, 2000.
6. J.M. HERVÉ, *Design of parallel manipulators via the displacement group*, IFToMM Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1995.

7. J. ANGELES, *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems. Theory, Methods and Algorithms*, Springer Verlag, New York, 1997.
8. S. STAICU, X-J. LIU, J. WANG, *Inverse dynamics of the HALF parallel manipulator with revolute actuators*, *Nonlinear Dynamics*, **50**, 1–2 (2007).
9. S. STAICU, D. ZHANG, *A novel dynamic modelling approach for parallel mechanisms analysis*, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, **24**, 1 (2008).
10. S. STAICU, *Relations matricielles de récurrence en dynamique des mécanismes*, *Revue Roumaine des Sciences Techniques – Série de Mécanique Appliquée*, **50**, 1–3 (2005).
11. S. STAICU, D. ZHANG, R. RUGESCU, *Dynamic modelling of a 3-DOF parallel manipulator using recursive matrix relations*, *Robotica*, Cambridge University Press, **24**, 1 (2006).
12. S. STAICU, *Planetary Gear Train for Robotics*, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics ICM'2005, Taipei, Taiwan, 2005.
13. S. STAICU, D.C. CARP-CIOCARDIA, *Dynamic analysis of Clavel's Delta parallel robot*, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation ICRA'2003, Taipei, Taiwan, 2003.
14. L-W. TSAI, *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999.
15. T.R. KANE, D.A. LEVINSON, *Dynamics. Theory and Applications*, Mc Graw-Hill, N. Y., 1985.
16. J.-P. MERLET, *Les robots parallèles*, Hermes, 1997.
17. PH. COIFFET, *La robotique. Principes et applications*, Hermes, 1992.